# ملحق للوحدة06  تذبذب العينات والمحاكاة

**الكفاءات القاعدية**

إنجاز محاكاة تجارب عشوائية بسيطة

معرفة مفهوم تذبذب العينات

## تصميم الدرس

**الأنشطة**

**1/ التجربة العشوائية:**

**2/ العينة ذات مقاس $n$:**

**3/ تذبذب العينات:**

**4/ المحاكاة:**

**تمارين ومشكلات حول تذبذب العينات والمحاكاة**

**أنشطة في الإحصاء باستعمال مجدول Excel**

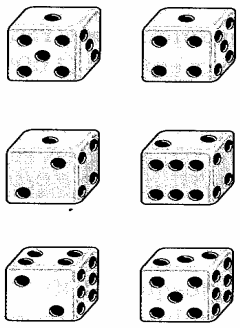
http://www.onefd.edu.dz

جميع الحقوق محفوظة ©

# الأنشطة

**النشاط 01 :** (تذبذب العينات)

نرد مكعب (أو زهر نرد مكعب أو حجر نرد مكعب) هو



نرد مكعب

مكعب يظهر على كل وجه من أوجهه "رمز" وهذه الرموز تعبر- في غالب الأحيان- على الأعداد 1،2،3،4،5،6 عندما نرمي نردا بصفة عشوائية فهو العلوي المقابل للوجه الذي وقع عليه النرد.

نقول عن نرد أنه مزيف (أو غير متزن) إذا كانت طريقة صنعه ترجح ظهور بعض الأوجه على الأوجه الأخرى.

- **المعطيات والأسئلة :**

1) رمينا- بصفة عشوائية- نردا متزنا 25 مرة فحصلنا على النتائج التالية:

2-4-4-6-2-4-2-1-6-6-5-4-6-5-4-3-4-2-1-4-5-4-

2-1

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

أ- أنشيء جدولا إحصائيا يمثل هذه السلسلة الإحصائية حيث تبرز كل قيمة وتكرارها وتواترها.

ب- أنشيء المضلع الممثل لتواترات القيم

2 بدورك، أرمي- بصفة عشوائية- نردا متزنا 25 مرة ثم أجب على السؤالين - أ وب- السابقين بحيث يكون التمثيل بالنسبة إلى نفس المعلم

3 نعتبر الآن السلسلة الإحصائية المكونة من المشاهدات المحصل عليها في (1) والمشاهدات المحصل عليها في (3)

أنشيء –بالنسبة إلى نفس المعلم السابق- المضلع الممثل لتواترات القيم

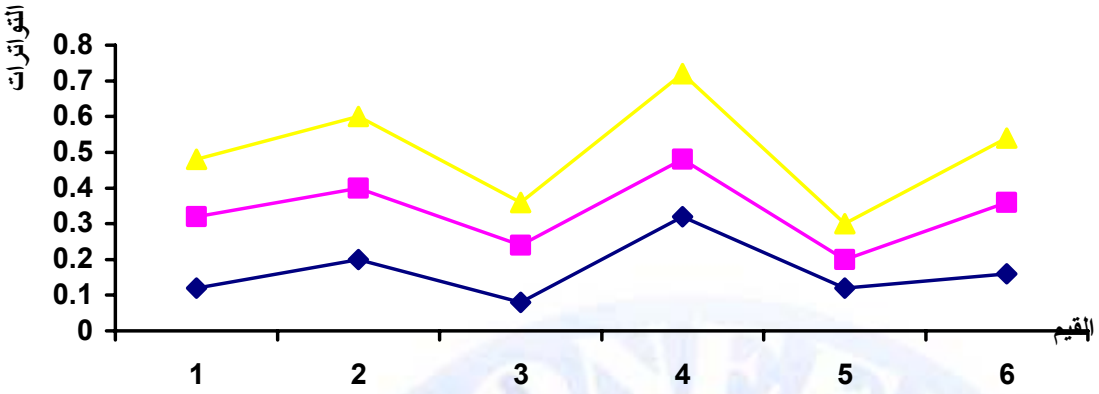
- **الأجوبة والملاحظات:**

1

| القيم | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 3 | 5 | 2 | 8 | 3 | 4 |
| التواترات | $\frac{3}{25}=0,12$ | $\frac{5}{25}=0,2$ | $\frac{2}{25}=0,08$ | $\frac{8}{25}=0,32$ | $\frac{3}{25}=0,12$ | $\frac{4}{25}=0,16$ |

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

ب- المضلع الممثل للتواترات:




-

السلسلة في السؤال (1)

- السلسلة في السؤال (2)
- السلسلة في السؤال (3)

2 لنفترض أنك حصلت على النتائج التالية (هذا ليس ضروريا على الإطلاق!!!)

3-1-4-6-3-4-2-4-3-2-1-1-2-6-2-1-3-2-6-1-4-6-5-4-6-5

أ- يكون الجدول كالتالي:

| القيم | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 5 | 5 | 4 | 4 | 2 | 5 |
| التواترات | $\frac{5}{25}=0,2$ | $\frac{5}{25}=0,2$ | $\frac{4}{25}=0,16$ | $\frac{4}{25}=0,16$ | $\frac{2}{25}=0,08$ | $\frac{5}{25}=0,2$ |

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

ب- التمثيل في الشكل السابق

3 أ- يكون الجدول كالتالي:

| القيم | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 8 | 10 | 6 | 12 | 5 | 9 |
| التواترات | $\frac{8}{50}=$ 16% | $\frac{10}{50}=$ 20% | $\frac{6}{50}=$ 12% | $\frac{12}{50}=$ 24% | $\frac{5}{50}=$ 10% | $\frac{9}{50}=$ 18% |

ب- التمثيل على الشكل السابق

*** ملاحظة:**

سلسلة النتائج في (1) تسمى عينة مقاسها 25 للتجربة "رمى نرد مرة واحدة" وكذلك سلسلة النتائج في (2) هي عينة مقاسها 25 لنفس التجربة أما سلسلة النتائج في (3) فهي عينة مقاسها 50 لنفس التجربة وما نلاحظه أن التواترات تختلف من عينة مقاسها 25 إلى عينة مقاسها 25 أخرى وهذا ما يعكس تذبذب العينات.

## النشاط 2 (المحاكاة):

- **المعطيات والأسئلة:**

نريد تقدير النسبة المئوية $x$ للإناث والنسبة المئوية $y$ للذكور الخاصتان بالمواليد في سنة ما وفي مكان ما، من أجل ذلك نختار أن نعمل بعين تتكون من $N$ مولودا في هذه السنة وفي هذا المكان ونفرض أن ولادة ذكر لها نفس خطوط ولادة أنثى.

لتقدير $x$ و $y$ نستعمل قطعة نقدية متزنة ونصطلح:


جميع الحقوق محفوظة ©

رمية واحدة تمثل مولودا، ظهور وجة $(F)$ يمثل "المولود أنثى" ظهور ظهر $(P)$ يمثل المولود ذكر"

1) ما هي قيم $x$ و $y$ التي تتوقعها؟

2) رمينا القطعة النقدية 50 مرة فتحصلنا على النتائج الموالية:

P-F-F-F-F-P-P-F-F-F-F-F-F-P-F-F-F-F-P-P-F-F-P-P-P-F-P-
P-P-F-P-P-F-P-F-P-F-P-P-P-P-F-F-F-P-F-P-F-F-P

أ- ما هي قيمة $N$ ؟

ب- أحسب تكرار كل من P وF وتواتر كل منهما

ج- إذا اعتمدنا على هذه العينة، فما هي التوقعات فيما يخص $x$ و $y$

*** الأجوبة والملاحظات:**

1) بما أن حظوظ ولادة ذكر هي نفس حظوظ ولادة أنثى: نتوقع

$x = 50\%$ و $y = 50\%$

2) أ- $N = 50$

ب- تكرار P هو 24 وتكرار F هو 26

منه تواتر P هو $\frac{24}{50}$ أي $\frac{48}{100}$ وتواتر F هو $\frac{26}{50}$ أي $\frac{52}{100}$

ج- إعتمادا على هذه العينة، نتوقع $x = 52\%$ و $y = 48\%$

**¶ ملاحظة:**

1) نلاحظ أن التوقع النظري الموجود في السؤال (1) "قريب" من التوقع على ضوء العينة المعتمدة.

2) كوننا استعملنا التجربة "رمي قطعة نقدية" لتمثيل التجربة التي تكمن في "أخذ مولودا –قصد الاهتمام بجنسه- من مجموعة مواليد" نقول أننا قمنا

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

"بمحاكاة" التجربة "أخذ مولود- قصد الاهتمام بجنسه" بالتجربة "رمي قطعة نقدية" والقطعة النقدية تسمى السند المادي لهذه المحاكاة.

3 من بين الفوائد لمحاكاة تجربة:

- إجتناب الصعوبات لإنجاز هذه التجربة ومن بينها الكلفة المادية.
- تثبيت أو نفي توقعات متعلقة بالتجربة.
- القيام بتخمينات وأخذ مواقف وقرارات.
- مقارنة نتائج عملية نتائج نظرية.

## 1/ التجربة العشوائية:

**تعريف:**

نسمي تجربة عشوائية كل تجربة نعرف النتائج الممكنة لها ولكن لا نستطيع أن نتنبأ بصفة مؤكدة أي نتيجة ستتحقق فعلا عندما نقوم بهذه التجربة.

## 2/ العينة ذات مقاس $n$:

**تعريف:**

ليكن $n$ عددا طبيعيا غير معدوم،
نسمي عينة ذات مقاس $n$ لتجربة ما، كل سلسلة نتائج يحصل عليها بإنجاز هذه التجربة $n$ مرة.

**مثال :**

- التجربة: رمي قطعة نقدية

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

- النتائج الممكنة: وجه أو ظهر (على العموم ظهر يحمل قيمة القطعة النقدية)

- الترميز: نرمز بـ 0 إلى الوجه وبـ 1 إلى الظهر

عندما رمينا هذه القطعة النقدية 25 مرة حصلنا على السلسلة:

0-1-0-0-0-1-1-1-1-0-1-0-1-1-0-0-1-1-1-0-1-0-0-1-0-1-1

وهذه السلسلة هي عينة مقاسها 25 للتجربة "رمي القطعة النقدية"

وجدول توزيع التواترات الممثل لهذه العينة هو:

| النتيجة | 0 | 1 |
|---|---|---|
| التواتر | 0,44 | 0,56 |

لأن تكرار 0 هو 11

منه تواتر 0 هو $\frac{11}{25}$ و $=\frac{11}{25}$

تكرار 1 هو 14

منه تواتر 1 هو $\frac{14}{25}$ و $=\frac{14}{25}$

**¶ ملاحظة:**

معرفة مفهوم جدول توزيع التواترات مطلوبة

## 3/ تذبذب العينات:

**تعريف:**

ليكن $n$ عددا طبيعيا غير معدوم

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

عندما ننجز تجربة $n$ مرة نحصل على عينة مقاسها $n$ وعندما نعيد نفس التجربة $n$ مرة أخرى- في نفس الظروف- نحصل على عين مقاسها $n$ أخرى توزيع تواتراتها ليس بالضرورة توزيع تواترات العينة الأولى، تسمى هذه الظاهرة تذبذب العينات

**مثال:**

- التجربة: رمي نرد مكعب أوجهه تحمل الحروف $a,b,c,d,e,f$
- النتائج الممكنة

رمى تلميذ $A$ النرد 50 مرة فتحصل على عينة مقاسها 50 جدول توزيع تواتراتها هو التالي:

| النتيجة | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $e$ | $f$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التواتر | 0,15 | 0,19 | 0,14 | 0,20 | 0,15 | 0,17 |

ثم رمى تلميذ $B$ النرد 50 مرة فتحصل على عينة مقاسها 50 جدول توزيع تواتراتها هو التالي:

| النتيجة | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $e$ | $f$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التواتر | 0,26 | 0,12 | 0,15 | 0,136 | 0,05 | 0,284 |

نلاحظ أن توزيع التواترات لكل واحدة من العينتين يختلف عن توزيع التواترات للعينة الأخرى وهذا مثال عن تذبذب العينات

## 4/ المحاكاة:

مفهوم المحاكاة، بعض الوسائل للمحاكاة:

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

- محاكاة تجربة عشوائية يعني **اختيار نموذج لهذه التجربة العشوائية**
- للقيام بمحاكاة تجربة عشوائية يعتمد، عادة، على تجارب عشوائية مرجعية مثل: رمي قطعة نقدية، رمي نرد، سحب كرات من صندوق، توليد أعداد عشوائية بواسطة حاسبة أو مجدول.

**مثال:**

- التجربة العشوائية: ولادة ذكر أو أنثى في 15 عائلة بحيث حظوظ ولادة ذكر هي نفسها حظوظ ولادة أنثى
- النتائج الممكنة ذكر أو أنثى (نتيجتين !!)

- يمكن محاكاة هذه التجربة بأخذ قطعة نقدية كسند مادي (أنظر النشاط 2)
- يمكن كذلك محاكاة هذه التجربة بأخذ كسند مادي نردا متزنا أوجهه تحمل الأرقام 1،2،3،4،5،6

إذ: رمي النرد يمثل "ولادة"؟ ظهور عدد فردي يمثل "ذكر"؟ ظهور عدد زوجي يمثل "أنثى" ولمحاكاة التجربة، نرمي النرد 15 مرة.

فإذا كانت، مثلا، النتائج

1-3-3-4-6-5-1-4-5-3-6-4-2-2-1

فإنها تعبر على أن عدد المواليد الإناث، في العائلات، هو

وعدد المواليد الذكور هو

- **بعض النتائج:**

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

1 التجربتان "رمي قطعة نقدية متزنة" و"سحب كرة واحدة من كيس غير شفاف يحتوي على كرتين أحدهما حمراء والأخرى بيضاء ومتماثلتان عند اللمس" من نفس النموذج وهذا لأن كل منهما لها نتيجتين وهاتان النتيجتان لهما حظوظ متساوية للظهور.

2 بصفة مماثلة:

إذا كان عندنا صندوق يحتوي على 6 قريصات تحمل الأرقام من 1 إلى 6 ولا نفرق بينها عند اللمس فإن التجربة التي تكمن في "رمي نرد متزن 4 مرات" من نفس النموذج مع التجربة التي تكمن في:

"سحب قريصة من الصندوق ثم إرجاعها إلى الصندوق" وإعادة هذا 6 مرات.

- **توليد أعداد عشوائية باستعمال حاسبة علمية:**

اللمسة Rand (Rando Ran # في حاسبة علمية تمكن من توليد أعداد عشرية (بصورة عشوائية) وهذه الأعداد العشرية تنتمي إلى المجال [0,1[ .

- للحصول على 7 من هذه الأعداد، مثلا،

* نضغط على اللمسة (مرة واحدة) ثم

** نضغط على اللمسة Rand رات

- أغلبية الحاسبات العلمية تعطي أ = ا بـ 3 أرقام بعد الفاصلة إذا أردنا أكثر نعوض المرحلة. بالبرنامج

أو Rand $x^y$ 2

Rand $x^y$ 3

**مثال 1:**

يمكن محاكاة 30 ملاذا باستعمال اللمسة

Rand

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

Rand $x^y$ 1

كما يلي: (لا نعتبر إلا الأرقام بعد الفاصلة)

البرنامج (من اليسار نحو اليمين)

ثم نضغط 6 مرات على اللمسة

فنحصل، مثلا، على

0,000

0,419

0,101

0,528

0,028

وإذا اصطلحنا أن "فردي" يمثل "ذكر" و "زوجي" يمثل "أنثى" وتمكن هذه المحاكاة من تقدير لنسبة الإناث $\left(\frac{18}{30}\right)$ ونسبة الذكور $\left(\frac{12}{30}\right)$

**مثال 2:**

إذا كان $A \quad 0 \le a$ يكون $0 \le 6a < 6$

منه: $1 \le 6a + 1 < 7$

وعليه البرنامج: (1) (+) (6) (x) (Rand)

يمكن من توليد أعداد عشرية تنتمي إلى المجال $[1,7[$ منه الجزء الصحيح (أي الرقم قبل الفاصلة) هو عدد طبيعي ينتمي إلى المجال $[1,6]$ وهذا العدد يمكنه أن يمثل وجها من أوجه نرد.

هكذا

البرنامج (1) (+) (6) (x) (Rand) ثم (=) مرات يعطي


جميع الحقوق محفوظة (C)

2 ← 2,104
3 ← 3,904
2 ← 2,824
3 ← 3,79
6 ← 6,028

والسلسلة 2-3-2-3-6 تمثل عينة مقاسها 5 لتجربة "رمي نرد"

## تمارين ومشكلات حول تذبذب العينات والمحاكاة

**التمرين 1:**

1) أرمي 15 مرة قطعة نقدية متزنة ثم أعط تواتر النتيجة P.
2) أرمي 60 مرة نفس القطعة النقدية ثم أعط تواتر النتيجة P.

**التمرين 2:**

كيس غير شفاف به 4 قريصات بيضاء و6 كرات سوداء لا نفرق بينها عند اللمس:"نسحب قريصة واحدة من الكيس، نسجل لونها ثم نعيدها إلى الكيس"

1) أنجز 20 مرة التجربة المذكورة ثم عين تواتر ظهور قريصة بيضاء
2) كرر العملية المذكورة في السؤال (1) 5 مرات وسجل في كل مرة تواتر ظهور قريصة بيضاء
3) عين تواتر ظهور قريصة بيضاء في
   أ- عينتين مقاس كل منهما 40
   ب- عينة مقاسها 100

**التمرين 3:**

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

باستعمال حاسبة علمية كيف يمكن الحصول على أعداد طبيعية تنتمي إلى المجال.

أ- $[1,10]$؟

ب- $[2,4]$؟

ج- $[8,17]$؟

د- $[3,12]$؟

**التمرين 4 :**

علبة تحتوي على 5 قريصات، لا نفرق بينها عند اللمس، واحدة تحمل الكلمة "حظ"، واحدة تحمل الكلمة "نجاح"، واحدة تحمل الكلمة "صحة" واحدة تحمل الكلمة "سعادة" وواحدة تحمل الكلمة "عمل".

نسحب من العلبة قريصة واحدة. كيف يمكن محاكاة هذه التجربة بواسطة الحاسبة العلمية ؟

**التمرين 5:**

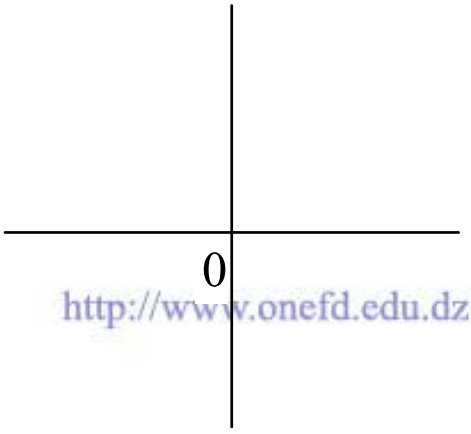
حشرة آلية مبرمجة – بصفة عشوائية- بحيث تقفز بنصف سنتيمتر في إحدى الاتجاهات جنوب، شمال، شرق، غرب لعبة تكمن في وضع هذه الحشرة في النقطة 0 (الشكل)

وتركها تؤدي 4 قفزات.

نهتم بالتجربة العشوائية التي تمثل

هذه اللعبة.

1 إختار طريقة لمحاكاة هذه التجربة




http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

باستعمال حاسبة علمية

2 أنجز 3 مرات هذه المحاكاة وأرسم في كل مرة مسار الحشرة.

http://www.onefd.edu.dz

جميع الحقوق محفوظة ©

# أنشطة في الإحصاء باستعمال مجدول Excel

**النشاط 1:**

مشاهدة تذبذب العينات على ضوء محاكاة ثلاثة عينات ذات المقاس 36 للتجربة العشوائية،"رمي نرد متوازن أوجهه تحمل الأرقام من 1 إلى 6"

**1/ المحاكاة في حد ذاتها:**

**العينة الأولى:**

نحجز في الخلية $A_2$ الطلبية $=ENT(ALEA()*6+1)$ ثم نعمم محتوى الخلية $A_2$ إلى غاية الخلية $F_2$ ثم نعمم محتوى السطر 2 إلى غاية السطر 7.

هكذا نحصل على العينة الأولى.

**العينة الثانية:**

نحجز في الخلية $A_9$ الطلبية $=ENT(ALEA()*6+1)$ ثم نعمم محتوى الخلية $A_9$ إلى غاية الخلية $F_9$ ثم نعمم محتوى السطر 9 إلى غاية السطر 14.

هكذا نحصل على العينة الثانية.

**العينة الثالثة:**

نحجز في الخلية $A_{16}$ الطلبية $=ENT(ALEA()*6+1)$ ثم نعمم محتوى الخلية $A_{16}$ إلى غاية الخلية $F_{16}$ ثم نعمم محتوى السطر 16 إلى غاية السطر 21.

هكذا نحصل على العينة الثالثة.

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

**2/ حساب تواتر كل واحدة من النتائج الممكنة للتجربة (أي تواتر كل من 6,5,4,3,2,1) في كل واحدة من العينات الثلاث وإنشاء مضلعات التواترات:**

نبدأ بكتابة 6,5,4,3,2,1 في الخلايا $G_7, G_6, G_5, G_4, G_3, G_2$ على الترتيب.

- **التواترات المتعلقة بالعينة الأولى:**

نحجز في الخلية $H_2$ الطلبية $=N.BSI(\$A\$2:\$F\$7,G_2)/36$ ثم نعمم محتوى الخلية $H_2$ إلى غاية الخلية $H_7$.

هكذا نحصل على التواترات المتعلقة بالعينة الأولى.

- **التواترات المتعلقة بالعينة الثانية:**

نحجز في الخلية $H_2$ الطلبية $=NB.SI(\$A\$9:\$F\$14,G_2)/36$ ثم نعمم محتوى الخلية $H_2$ إلى غاية الخلية $H_7$.

هكذا نحصل على التواترات المتعلقة بالعينة الثانية .

- **التواترات المتعلقة بالعينة الثالثة:**

نحجز في الخلية $J_2$ الطلبية $=NB.SI(\$A\$16:\$F\$21,G_2)/36$ ثم نعمم محتوى الخلية $J_2$ إلى غاية الخلية $J_7$.

هكذا نحصل على التواترات المتعلقة بالعينة الثالثة.

فتظهر "الورقة" مثل ما يلي:

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

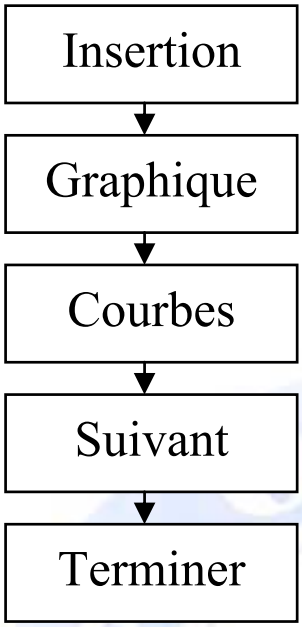
| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | العينة 1 | | | | | | النتائج | التواترات | | |
| | | | | | | | | تواترات العينة 1 | تواترات العينة 2 | تواترات العينة 3 |
| 2 | 5 | 4 | 6 | 4 | 1 | 2 | 1 | 0.13888889 | 0.08333333 | 0.05555556 |
| 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 0.19444444 | 0.22222222 | 0.19444444 |
| 4 | 3 | 2 | 3 | 4 | 2 | 3 | 3 | 0.27777778 | 0.16666667 | 0.11111111 |
| 5 | 6 | 3 | 3 | 1 | 4 | 4 | 4 | 0.22222222 | 0.11111111 | 0.22222222 |
| 6 | 5 | 4 | 2 | 3 | 3 | 5 | 5 | 0.08333333 | 0.22222222 | 0.16666667 |
| 7 | 3 | 1 | 4 | 6 | 1 | 2 | 6 | 0.08333333 | 0.19444444 | 0.25 |
| 8 | العينة 2 | | | | | | | | | |
| 9 | 4 | 5 | 2 | 1 | 6 | 2 | | | | |
| 10 | 5 | 5 | 5 | 2 | 1 | 1 | | | | |
| 11 | 4 | 6 | 4 | 5 | 3 | 2 | | | | |
| 12 | 3 | 6 | 5 | 2 | 3 | 2 | | | | |
| 13 | 6 | 2 | 5 | 2 | 3 | 3 | | | | |
| 14 | 3 | 4 | 6 | 6 | 5 | | | | | |
| 15 | العينة 3 | | | | | | | | | |
| 16 | 3 | 4 | 6 | 5 | 4 | 5 | | | | |
| 17 | 6 | 2 | 5 | 3 | 6 | 4 | | | | |
| 18 | 2 | 2 | 1 | 6 | 2 | 5 | | | | |
| 19 | 2 | 6 | 3 | 5 | 6 | 1 | | | | |
| 20 | 6 | 6 | 5 | 4 | 4 | 4 | | | | |
| 21 | 4 | 3 | 4 | 6 | 2 | 2 | | | | |

للحصول على مضلع التواترات الممثلة للعينات الثلاثة:

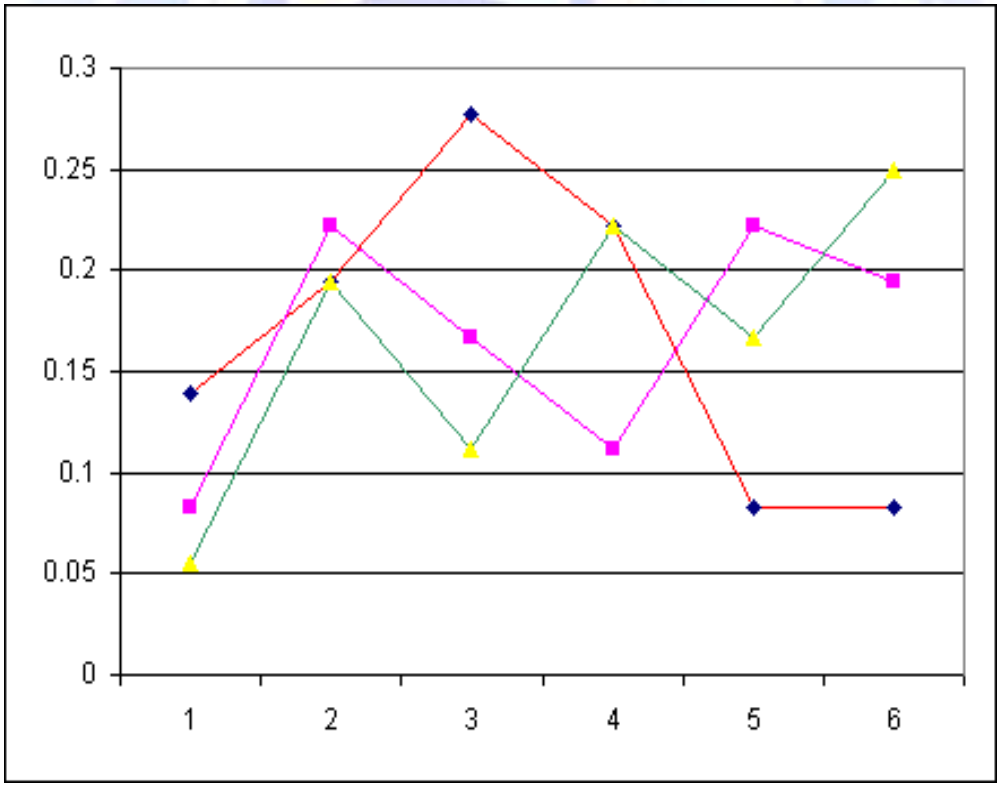
http://www.onefd.edu.dz

جميع الحقوق محفوظة ©

نحدد الخلايا من $H_2$ إلى $J_7$ ثم ننقر على




فيظهر الشكل مثل ما يلي:




http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

**ملاحظة:**

من خلال الأعمدة $J,I,H$ وكذلك من خلال مضلعات التواترات، نلاحظ تغيير التواترات من عينة إلى أخرى هناك إذن تذبذب للتواترات، ويمكن تجسيد ذلك أكثر بالنقر عدة مرات على اللمسة $\boxed{F_9}$

**النشاط 2:**

مشاهدة استقرار التواترات على ضوء محاكاة عينة ذات المقاس 300 للتجربة العشوائية "رمي قطعة نقدية متوازنة" قصد الاهتمام بتواتر ظهور النتيجة $(P)$" بعد $n$ رمية وهذا من $n=1$ إلى غاية $n=300$

- **المحاكاة وتسجيل تكرارات وتواترات "ظهور ظهر":**

نصطلح تمثيل "ظهر بالرقم 1 و"وجه" بالرقم 2.

- في العمود $A$، إبتداءا من الخلية $A_2$ نسجل رقم الرمية (من 1 إلى 300)
- في العمود $B$ نسجل نتيجة كل رمية ولذلك:

نحجز الطلبية $=ENT(ALEA()*2+1)$ في الخلية $B_2$ ثم نعمم محتوى الخلية $B_2$ إلى غاية الخلية $B_{301}$.

- في العمود $C$ نسجل عدد المرات التي ظهرت فيها النتيجة "ظهر" أي 1 بعد n رمية ولذلك نحجز الطلبية $=NB.SI(B\$2:B_2;"1")$ في الخلية $C_2$ ثم نعمم محتوى الخلية $C_2$ إلى غاية الخلية $C_{301}$.
- في العمود D نسجل تواتر ظهور "ظهر" أي 1 بعد n رمية ولذلك نحجز الطلبية $=C_2/A_2$ في الخلية $D_2$ ثم نعمم محتوى الخلية $D_2$ إلى غاية الخلية $D_{301}$.

فنحصل على "الورقة" مثل ما يلي:

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| رقم الرمية | نتيجة ظهور1 أو 2 | تكرار ظهور"ظهر"بعد الرمية ... | تواتر ظهور"ظهر"بعد الرمية ... |
| 1 | 2 | 0 | 0 |
| 2 | 2 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 1 | 0.33333333 |
| 4 | 1 | 2 | 0.5 |
| 5 | 1 | 3 | 0.6 |
| 6 | 2 | 3 | 0.5 |
| 7 | 2 | 3 | 0.42857143 |
| 8 | 1 | 4 | 0.5 |
| 9 | 1 | 5 | 0.55555556 |
| 10 | 2 | 5 | 0.5 |
| 11 | 1 | 6 | 0.54545455 |
| 12 | 2 | 6 | 0.5 |
| 13 | 1 | 7 | 0.53846154 |
| 14 | 2 | 7 | 0.5 |
| 15 | 2 | 7 | 0.46666667 |
| 16 | 1 | 8 | 0.5 |
| 17 | 2 | 8 | 0.47058824 |
| 18 | 2 | 8 | 0.44444444 |
| 19 | 2 | 8 | 0.42105263 |
| 20 | 1 | 9 | 0.45 |
| 21 | 2 | 9 | 0.42857143 |
| 22 | 2 | 9 | 0.40909091 |
| 23 | 1 | 10 | 0.43478261 |
| 24 | 1 | 11 | 0.45833333 |
| 25 | 2 | 11 | 0.44 |
| 26 | 1 | 12 | 0.46153846 |
| 27 | 2 | 12 | 0.44444444 |
| 28 | 2 | 12 | 0.42857143 |
| 29 | 2 | 12 | 0.4137931 |
| 30 | 2 | 12 | 0.4 |
| 31 | 2 | 12 | 0.38709677 |
| 32 | 1 | 13 | 0.40625 |
| 33 | 1 | 14 | 0.42424242 |
| 34 | 2 | 14 | 0.41176471 |
| 35 | 1 | 15 | 0.42857143 |
| 36 | 1 | 16 | 0.44444444 |

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة

| | | | |
|---|---|---|---|
| 37 | 1 | 17 | 0.45945946 |
| 38 | 1 | 18 | 0.47368421 |
| 39 | 1 | 19 | 0.48717949 |
| 40 | 2 | 19 | 0.475 |
| 41 | 2 | 19 | 0.46341463 |
| 42 | 2 | 19 | 0.45238095 |
| 43 | 1 | 20 | 0.46511628 |
| 44 | 2 | 20 | 0.45454545 |
| 45 | 1 | 21 | 0.46666667 |
| 46 | 1 | 22 | 0.47826087 |
| 47 | 2 | 22 | 0.46808511 |
| 48 | 1 | 23 | 0.47916667 |
| 49 | 1 | 24 | 0.48979592 |
| 50 | 1 | 25 | 0.5 |
| 51 | 1 | 26 | 0.50980392 |
| 52 | 2 | 26 | 0.5 |
| 53 | 2 | 26 | 0.49056604 |
| 54 | 2 | 26 | 0.48148148 |
| 55 | 2 | 26 | 0.47272727 |
| 56 | 1 | 27 | 0.48214286 |
| 57 | 2 | 27 | 0.47368421 |
| 58 | 2 | 27 | 0.46551724 |
| 59 | 2 | 27 | 0.45762712 |
| 60 | 1 | 28 | 0.46666667 |
| 61 | 1 | 29 | 0.47540984 |
| 62 | 1 | 30 | 0.48387097 |
| 63 | 2 | 30 | 0.47619048 |
| 64 | 2 | 30 | 0.46875 |
| 65 | 1 | 31 | 0.47692308 |
| 66 | 1 | 32 | 0.48484848 |
| 67 | 1 | 33 | 0.49253731 |
| 68 | 1 | 34 | 0.5 |
| 69 | 1 | 35 | 0.50724638 |
| 70 | 2 | 35 | 0.5 |
| 71 | 2 | 35 | 0.49295775 |
| 72 | 2 | 35 | 0.48611111 |
| 73 | 1 | 36 | 0.49315068 |
| 74 | 1 | 37 | 0.5 |
| 75 | 2 | 37 | 0.49333333 |

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة

| | | | |
|---|---|---|---|
| 76 | 2 | 37 | 0.48684211 |
| 77 | 2 | 37 | 0.48051948 |
| 78 | 2 | 37 | 0.47435897 |
| 79 | 1 | 38 | 0.48101266 |
| 80 | 1 | 39 | 0.4875 |
| 81 | 1 | 40 | 0.49382716 |
| 82 | 1 | 41 | 0.5 |
| 83 | 1 | 42 | 0.5060241 |
| 84 | 2 | 42 | 0.5 |
| 85 | 1 | 43 | 0.50588235 |
| 86 | 2 | 43 | 0.5 |
| 87 | 1 | 44 | 0.50574713 |
| 88 | 1 | 45 | 0.51136364 |
| 89 | 1 | 46 | 0.51685393 |
| 90 | 2 | 46 | 0.51111111 |
| 91 | 1 | 47 | 0.51648352 |
| 92 | 1 | 48 | 0.52173913 |
| 93 | 2 | 48 | 0.51612903 |
| 94 | 1 | 49 | 0.5212766 |
| 95 | 2 | 49 | 0.51578947 |
| 96 | 2 | 49 | 0.51041667 |
| 97 | 2 | 49 | 0.50515464 |
| 98 | 2 | 49 | 0.5 |
| 99 | 1 | 50 | 0.50505051 |
| 100 | 1 | 51 | 0.51 |
| 101 | 1 | 52 | 0.51485149 |
| 102 | 2 | 52 | 0.50980392 |
| 103 | 2 | 52 | 0.50485437 |
| 104 | 2 | 52 | 0.5 |
| 105 | 2 | 52 | 0.4952381 |
| 106 | 1 | 53 | 0.5 |
| 107 | 1 | 54 | 0.5046729 |
| 108 | 2 | 54 | 0.5 |
| 109 | 1 | 55 | 0.50458716 |
| 110 | 1 | 56 | 0.50909091 |
| 111 | 1 | 57 | 0.51351351 |
| 112 | 2 | 57 | 0.50892857 |
| 113 | 2 | 57 | 0.50442478 |
| 114 | 2 | 57 | 0.5 |

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

| | | | |
|---|---|---|---|
| 115 | 2 | 57 | 0.49565217 |
| 116 | 1 | 58 | 0.5 |
| 117 | 1 | 59 | 0.5042735 |
| 118 | 2 | 59 | 0.5 |
| 119 | 2 | 59 | 0.49579832 |
| 120 | 1 | 60 | 0.5 |
| 121 | 2 | 60 | 0.49586777 |
| 122 | 1 | 61 | 0.5 |
| 123 | 2 | 61 | 0.49593496 |
| 124 | 1 | 62 | 0.5 |
| 125 | 2 | 62 | 0.496 |
| 126 | 2 | 62 | 0.49206349 |
| 127 | 2 | 62 | 0.48818898 |
| 128 | 1 | 63 | 0.4921875 |
| 129 | 2 | 63 | 0.48837209 |
| 130 | 1 | 64 | 0.49230769 |
| 131 | 1 | 65 | 0.49618321 |
| 132 | 1 | 66 | 0.5 |
| 133 | 1 | 67 | 0.5037594 |
| 134 | 2 | 67 | 0.5 |
| 135 | 1 | 68 | 0.5037037 |
| 136 | 1 | 69 | 0.50735294 |
| 137 | 2 | 69 | 0.50364964 |
| 138 | 2 | 69 | 0.5 |
| 139 | 1 | 70 | 0.50359712 |
| 140 | 2 | 70 | 0.5 |
| 141 | 2 | 70 | 0.4964539 |
| 142 | 1 | 71 | 0.5 |
| 143 | 2 | 71 | 0.4965035 |
| 144 | 1 | 72 | 0.5 |
| 145 | 2 | 72 | 0.49655172 |
| 146 | 2 | 72 | 0.49315068 |
| 147 | 2 | 72 | 0.48979592 |
| 148 | 1 | 73 | 0.49324324 |
| 149 | 2 | 73 | 0.48993289 |
| 150 | 1 | 74 | 0.49333333 |
| 151 | 1 | 75 | 0.49668874 |
| 152 | 2 | 75 | 0.49342105 |
| 153 | 1 | 76 | 0.49673203 |

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة

| | | | |
|---|---|---|---|
| 154 | 2 | 76 | 0.49350649 |
| 155 | 2 | 76 | 0.49032258 |
| 156 | 2 | 76 | 0.48717949 |
| 157 | 2 | 76 | 0.48407643 |
| 158 | 1 | 77 | 0.48734177 |
| 159 | 1 | 78 | 0.49056604 |
| 160 | 2 | 78 | 0.4875 |
| 161 | 1 | 79 | 0.49068323 |
| 162 | 1 | 80 | 0.49382716 |
| 163 | 1 | 81 | 0.49693252 |
| 164 | 1 | 82 | 0.5 |
| 165 | 2 | 82 | 0.4969697 |
| 166 | 2 | 82 | 0.4939759 |
| 167 | 2 | 82 | 0.49101796 |
| 168 | 1 | 83 | 0.49404762 |
| 169 | 1 | 84 | 0.49704142 |
| 170 | 1 | 85 | 0.5 |
| 171 | 2 | 85 | 0.49707602 |
| 172 | 2 | 85 | 0.49418605 |
| 173 | 1 | 86 | 0.49710983 |
| 174 | 2 | 86 | 0.49425287 |
| 175 | 1 | 87 | 0.49714286 |
| 176 | 2 | 87 | 0.49431818 |
| 177 | 2 | 87 | 0.49152542 |
| 178 | 1 | 88 | 0.49438202 |
| 179 | 2 | 88 | 0.49162011 |
| 180 | 1 | 89 | 0.49444444 |
| 181 | 1 | 90 | 0.49723757 |
| 182 | 1 | 91 | 0.5 |
| 183 | 1 | 92 | 0.50273224 |
| 184 | 2 | 92 | 0.5 |
| 185 | 1 | 93 | 0.5027027 |
| 186 | 1 | 94 | 0.50537634 |
| 187 | 1 | 95 | 0.50802139 |
| 188 | 1 | 96 | 0.5106383 |
| 189 | 2 | 96 | 0.50793651 |
| 190 | 1 | 97 | 0.51052632 |
| 191 | 1 | 98 | 0.51308901 |
| 192 | 1 | 99 | 0.515625 |

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة

| | | | |
|---|---|---|---|
| 193 | 2 | 99 | 0.51295337 |
| 194 | 2 | 99 | 0.51030928 |
| 195 | 1 | 100 | 0.51282051 |
| 196 | 1 | 101 | 0.51530612 |
| 197 | 1 | 102 | 0.5177665 |
| 198 | 2 | 102 | 0.51515152 |
| 199 | 1 | 103 | 0.51758794 |
| 200 | 1 | 104 | 0.52 |
| 201 | 1 | 105 | 0.52238806 |
| 202 | 1 | 106 | 0.52475248 |
| 203 | 1 | 107 | 0.5270936 |
| 204 | 2 | 107 | 0.5245098 |
| 205 | 2 | 107 | 0.52195122 |
| 206 | 1 | 108 | 0.52427184 |
| 207 | 2 | 108 | 0.52173913 |
| 208 | 2 | 108 | 0.51923077 |
| 209 | 1 | 109 | 0.5215311 |
| 210 | 2 | 109 | 0.51904762 |
| 211 | 1 | 110 | 0.52132701 |
| 212 | 1 | 111 | 0.52358491 |
| 213 | 2 | 111 | 0.52112676 |
| 214 | 1 | 112 | 0.52336449 |
| 215 | 1 | 113 | 0.5255814 |
| 216 | 1 | 114 | 0.52777778 |
| 217 | 1 | 115 | 0.52995392 |
| 218 | 2 | 115 | 0.52752294 |
| 219 | 1 | 116 | 0.52968037 |
| 220 | 1 | 117 | 0.53181818 |
| 221 | 1 | 118 | 0.53393665 |
| 222 | 1 | 119 | 0.53603604 |
| 223 | 1 | 120 | 0.53811659 |
| 224 | 1 | 121 | 0.54017857 |
| 225 | 1 | 122 | 0.54222222 |
| 226 | 1 | 123 | 0.54424779 |
| 227 | 2 | 123 | 0.54185022 |
| 228 | 1 | 124 | 0.54385965 |
| 229 | 2 | 124 | 0.54148472 |
| 230 | 2 | 124 | 0.53913043 |
| 231 | 1 | 125 | 0.54112554 |

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة

| | | | |
|---|---|---|---|
| 232 | 2 | 125 | 0.5387931 |
| 233 | 2 | 125 | 0.53648069 |
| 234 | 2 | 125 | 0.53418803 |
| 235 | 1 | 126 | 0.53617021 |
| 236 | 2 | 126 | 0.53389831 |
| 237 | 2 | 126 | 0.53164557 |
| 238 | 1 | 127 | 0.53361345 |
| 239 | 2 | 127 | 0.53138075 |
| 240 | 1 | 128 | 0.53333333 |
| 241 | 2 | 128 | 0.53112033 |
| 242 | 2 | 128 | 0.52892562 |
| 243 | 1 | 129 | 0.5308642 |
| 244 | 2 | 129 | 0.52868852 |
| 245 | 1 | 130 | 0.53061224 |
| 246 | 2 | 130 | 0.52845528 |
| 247 | 2 | 130 | 0.52631579 |
| 248 | 2 | 130 | 0.52419355 |
| 249 | 2 | 130 | 0.52208835 |
| 250 | 1 | 131 | 0.524 |
| 251 | 1 | 132 | 0.52589641 |
| 252 | 1 | 133 | 0.52777778 |
| 253 | 2 | 133 | 0.5256917 |
| 254 | 1 | 134 | 0.52755906 |
| 255 | 2 | 134 | 0.5254902 |
| 256 | 2 | 134 | 0.5234375 |
| 257 | 1 | 135 | 0.52529183 |
| 258 | 1 | 136 | 0.52713178 |
| 259 | 2 | 136 | 0.52509653 |
| 260 | 1 | 137 | 0.52692308 |
| 261 | 2 | 137 | 0.52490421 |
| 262 | 1 | 138 | 0.52671756 |
| 263 | 1 | 139 | 0.52851711 |
| 264 | 2 | 139 | 0.52651515 |
| 265 | 1 | 140 | 0.52830189 |
| 266 | 1 | 141 | 0.53007519 |
| 267 | 1 | 142 | 0.53183521 |
| 268 | 1 | 143 | 0.53358209 |
| 269 | 2 | 143 | 0.53159851 |
| 270 | 1 | 144 | 0.53333333 |

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة

| | | | |
|---|---|---|---|
| 271 | 2 | 144 | 0.53136531 |
| 272 | 2 | 144 | 0.52941176 |
| 273 | 2 | 144 | 0.52747253 |
| 274 | 2 | 144 | 0.52554745 |
| 275 | 1 | 145 | 0.52727273 |
| 276 | 1 | 146 | 0.52898551 |
| 277 | 1 | 147 | 0.53068592 |
| 278 | 1 | 148 | 0.5323741 |
| 279 | 2 | 148 | 0.53046595 |
| 280 | 2 | 148 | 0.52857143 |
| 281 | 1 | 149 | 0.53024911 |
| 282 | 2 | 149 | 0.52836879 |
| 283 | 1 | 150 | 0.53003534 |
| 284 | 1 | 151 | 0.53169014 |
| 285 | 2 | 151 | 0.52982456 |
| 286 | 2 | 151 | 0.52797203 |
| 287 | 2 | 151 | 0.5261324 |
| 288 | 2 | 151 | 0.52430556 |
| 289 | 1 | 152 | 0.52595156 |
| 290 | 2 | 152 | 0.52413793 |
| 291 | 1 | 153 | 0.5257732 |
| 292 | 1 | 154 | 0.52739726 |
| 293 | 2 | 154 | 0.52559727 |
| 294 | 2 | 154 | 0.52380952 |
| 295 | 2 | 154 | 0.5220339 |
| 296 | 2 | 154 | 0.52027027 |
| 297 | 2 | 154 | 0.51851852 |
| 298 | 2 | 154 | 0.51677852 |
| 299 | 1 | 155 | 0.51839465 |
| 300 | 2 | 155 | 0.51666667 |

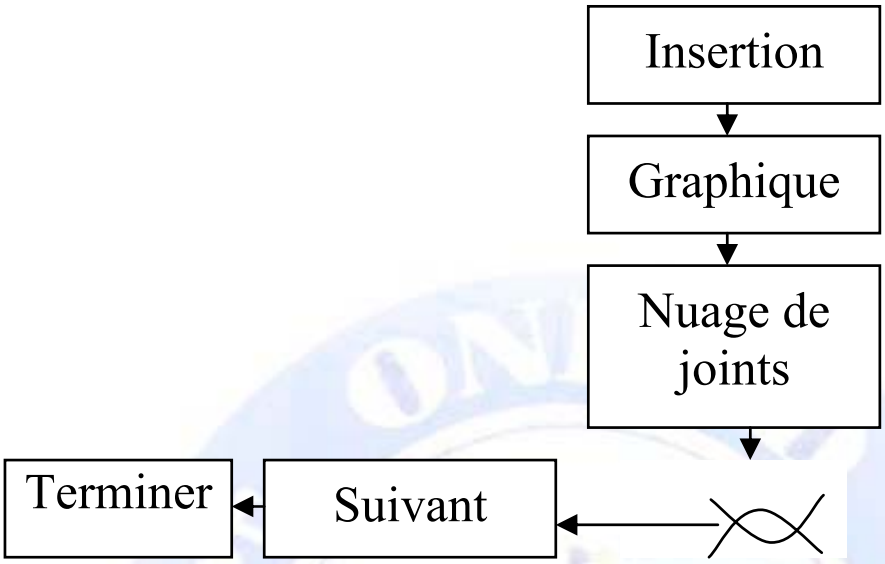
التمثيل البياني للدالة (تواتر ظهور "ظهر" بعد n رمية) $\rightarrow n$

للحصول على هذا التمثيل:

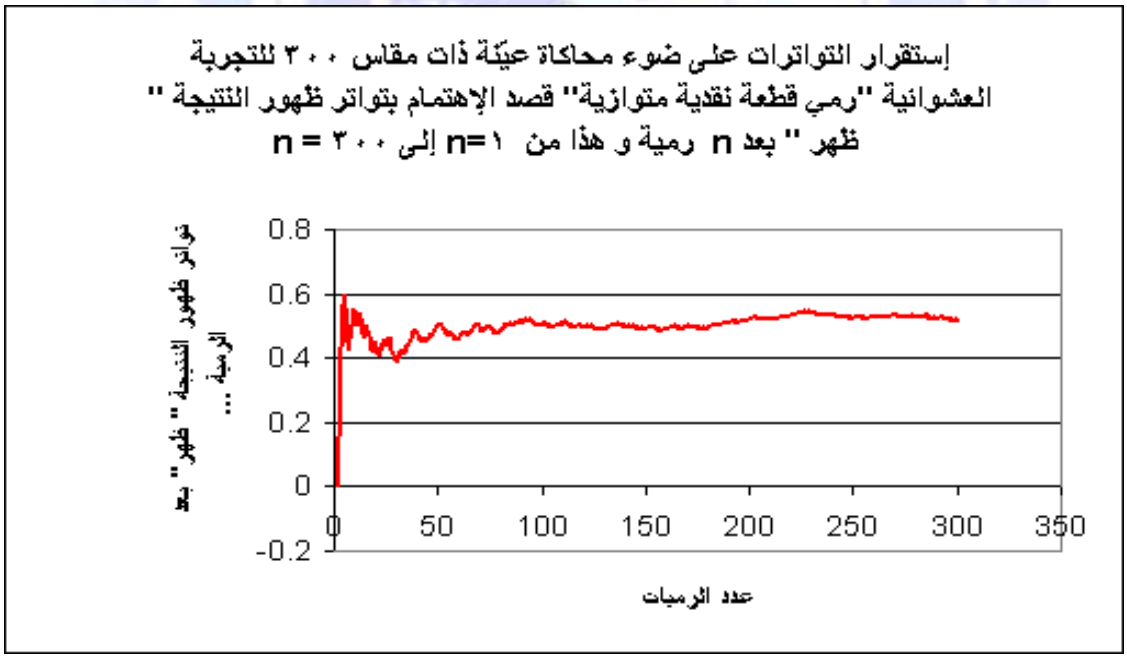
نحدد الخلايا من $D_2$ إلى $D_{301}$ ثم ننقر على:

http://www.onefd.edu.dz

جميع الحقوق محفوظة ©




فيظهر الشكل مثل ما يلي:




http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

**ملاحظة:**

نلاحظ أنه عندما يكون مقاس العينة كبيرا جدا فإن تواتر ظهور "ظهر" يقترب من 0,5 وهذا يمثل "ميول التواتر نحو الاستقرار عند محاكاة عينة مقاسها كبير جدا"

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©